

УДК 621.833.15

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ МЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕССОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Алексей Михайлович Дюжев

*Студент 3 курса,
кафедра «Технологии обработки металлов давлением»,
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана*

*Научный руководитель: А.А. Головин,
доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин»,
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана*

Для зубчатых передач механических прессов характерными являются передаточные отношения выше 3. типовой расчет, предлагаемый в курсе «Детали машин» [2], ориентирован на передачи с меньшим передаточным отношением.

Проектный расчет зубчатой передачи проводится с целью определения геометрических размеров передачи, обеспечивающих ее работоспособность и надежность. В качестве исходных данных такого расчета выступают нагруженность передачи, требуемый ресурс, механические характеристики зубчатых колес и условия эксплуатации.

Нахождение геометрических размеров передачи (в частности, ее межосевого расстояния a_w) – итеративный процесс. Он заключается в определении предварительных размеров передачи с последующими проверочными расчетами по критериям работоспособности. В случае удовлетворительного результата предварительные размеры принимаются в качестве окончательных. В противном случае, они корректируются до тех пор, пока не станут удовлетворять всем критериям работоспособности. Способ получения предварительных значений геометрических размеров передачи жестко не регламентируется. Таким образом, предварительные размеры можно задавать произвольно, однако в этом случае возможно увеличение количества итераций.

Обычно предварительные размеры передачи находятся из основного условия прочности. Таким условием могут служить контактные или изгибные напряжения или величина диссипации энергии в процессе работы передачи. Для закрытых передач с хорошим отводом смазки основным условием является контактная прочность, дополнительным – изгибная прочность.

В качестве исходной принимается формула Герца для наибольших контактных напряжений при сжатии цилиндров вдоль образующих при коэффициенте Пуассона $\mu = 0,3$:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{EQ^n}{b} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)},$$

Расчеты параметров передачи, в частности, межосевого расстояния, проводятся по контактным напряжениям в полюсе зацепления и не учитывают распределение контактных напряжений по всей длине активного участка зацепления:

$$a_w = 450(u + 1) \sqrt[3]{\frac{K_H T_1}{\psi_{ba} u [\sigma_H]^2}}.$$

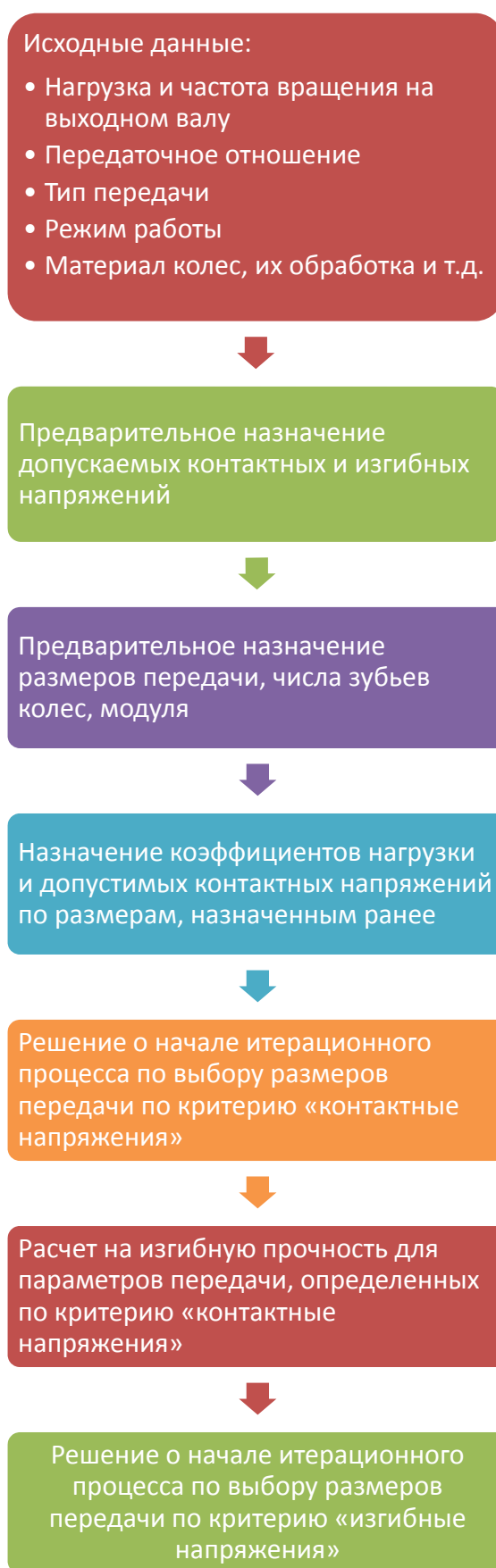


Рис. 1. Общая схема традиционного проектного расчета

Этот расчет прост, но как будет показано далее, напряжения в полюсе зачастую не являются наибольшими.

При известном a_w находится диапазон ($m_{min} \dots m_{max}$) модулей, из которого принимается значение m , согласующееся со стандартным. По известным значениям a_w , m и коэффициентов смещения x_1 , x_2 (принимаются сходя из общих рекомендаций) находятся остальные предварительные значения геометрических параметров передачи, в том числе, числа зубьев z_1 и z_2 и диаметры $d_{1,2}$, $d_{b1,2}$, $d_{a1,2}$.

Далее проводится проверка зубьев колес по контактным напряжениям и напряжениям изгиба:

$$\sigma_H = \frac{Z_\sigma}{a_w} \sqrt{\frac{K_H T_1 (u + 1)^3}{b_2 u}} \leq [\sigma_H],$$

$$\sigma_{F1} = \frac{\sigma_{f2} Y_{FS1}}{Y_{FS2}} \leq [\sigma_{F1}],$$

$$\sigma_{F2} = \frac{K_F F_t}{b_2 m} Y_{FS2} Y_\varepsilon \leq [\sigma_{F2}],$$

где Y_{FS} – коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений, Y_ε – коэффициент, учитывающий перекрытие зубьев. Следует отметить, что воспринимаемое смещение um и генерирующие его смещения колес $x_1 m$ и $x_2 m$ в расчете назначаются или в соответствии с ГОСТом на зубчатые передачи, к которым не предъявляются особые требования, либо каким-либо иным способом [3].

Цилиндрическое эвольвентное зацепление геометрически можно представить в виде «скелета» - комплекса точек $O_1 - N_1 - N_2 - O_2$ на плоскости. При этом соблюдаются зависимости:

$$O_1 N_1 = r_{b1},$$

$$O_2 N_2 = r_{b2},$$

$$O_1 O_2 = a_w,$$

$$\angle N_1 O_1 O_2 = \angle N_2 O_2 O_1 = \alpha_w.$$

На линии $N_1 - N_2$ точками B_1, B_1^*, B_2^*, B_2 изображается линия активного зацепления. Справедливы соотношения:

$$O_1 B_2 = r_{a1},$$

$$O_2 B_1 = r_{a2},$$

$$B_1 B_2^* = B_2 B_1^* = p_b = p \cos \alpha.$$

Также на линии $N_1 - N_2$ отмечается полюс P : пересечение $N_1 - N_2$ и $O_1 - O_2$.

Ограничениями при создании передачи являются $z_{min}, x_{min}, S_{a min} \rightarrow x_{max}, \varepsilon_{\alpha min}$.

Для определения КПД зацепления необходимо найти значения полезной мощности и мощности потерь на трение в зацеплении:

$$\eta = \frac{P_{пол}}{P_{затр}} = \frac{P_{пол}}{P_{пол} + P_{тр}} = \frac{1}{1 + f \cdot \frac{\int_{B_1}^{B_2} \frac{Q^n V_{ск}}{Q_{нб}^n V^n} ds}{\int_{B_1}^{B_2} \frac{Q^n}{Q_{нб}^n} ds}}.$$

Критериями, определяющими свойства эвольвентного зацепления можно принять следующие безразмерные параметры [1]:

- аналог контактного напряжения (геометрическая составляющая формулы Герца)
 $\sigma = \sigma_Q \sigma_p$, где

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{Q^n}{Q_{нб}^n}}; \sigma_\rho = \sqrt{\frac{1}{\rho_1/r_{b1}} + \frac{1}{\rho_2/r_{b1}}}$$

- аналог диссипации мощности в зацеплении $f\sigma \frac{v_{ск}}{v^t}$.

Для закрытой эвольвентной зубчатой передачи характерным является хороший отвод смазки и, соответственно, основным условием является контактная прочность, дополнительным – изгибная прочность, а безразмерным критерием – аналог контактного напряжения.

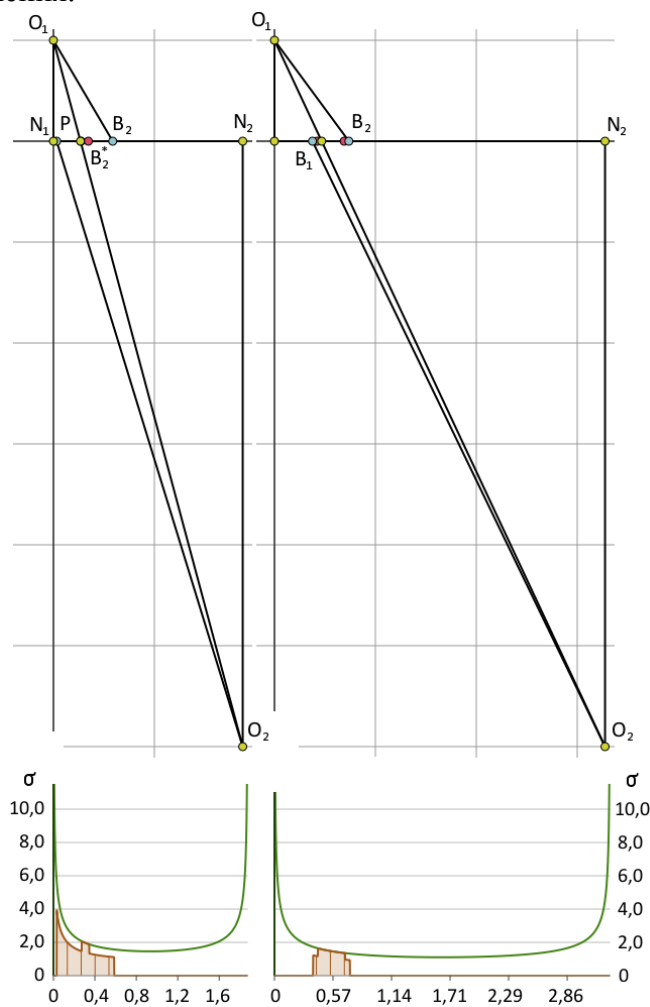


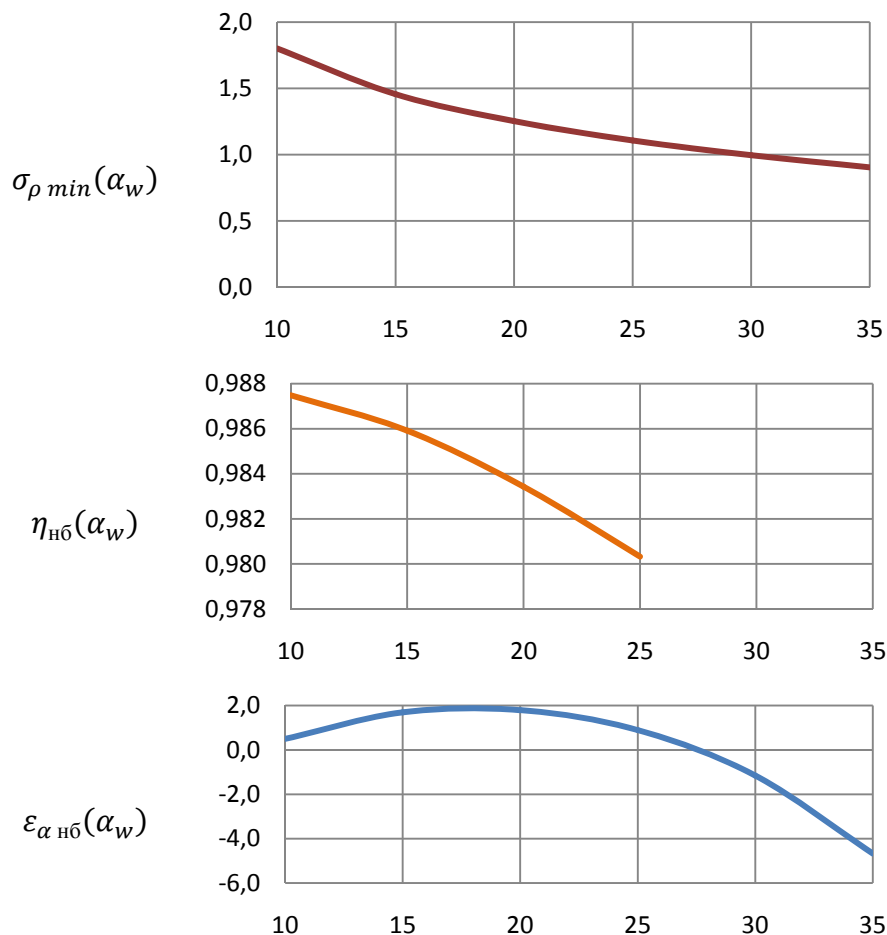
Рис. 2. Распределение σ в зависимости от α_w

На рис. 2 представлены примеры распределения σ для двух значений угла зацепления. Очевидно, что для заданного передаточного отношения распределение контактных напряжений на активном участке линии зацепления меняется с изменением угла зацепления α_w , причем с увеличением угла уменьшается минимальное значение аналога контактных напряжений $\sigma_{\rho min}$, а, следовательно, и возможные контактные напряжения в зацеплении.

Однако с увеличением значения α_w уменьшаются значения верхней границы КПД η и наибольшего коэффициента перекрытия $\varepsilon_{\alpha нб}$. При фиксированном угле зацепления их значения зависят от соотношения коэффициентов смещения x_1 и x_2 , определяющих положение линии активного зацепления.

Таким образом, подбор выгодного распределения σ вдоль линии зацепления неоднозначен. С одной стороны, увеличивая угол α_w , мы получаем меньшие значения

аналога контактных напряжений, а с ним и уменьшенные размеры передачи, с другой же, уменьшаются значения коэффициента перекрытия ε_α и КПД η . возможным выходом из этой ситуации являются построение графиков $\sigma_{\rho \min}(\alpha_w)$, $\varepsilon_\alpha(\alpha_w)$, $\eta(\alpha_w)$ и выбор на их основе угла α_w , при котором параметры передачи наиболее выгодны.



Введем безразмерные аналоги σ_Q и σ_ρ , нормированные по $\frac{1}{Q_{нб}^n}$ и $\frac{1}{r_{b1}}$ соответственно:

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{Q^n}{Q_{нб}^n}}; \quad \sigma_\rho = \sqrt{\frac{1}{\rho_1/r_{b1}} + \frac{1}{\rho_2/r_{b1}}}$$

Их произведение $\sigma = \sigma_Q \sigma_\rho$ является также безразмерным и характеризует относительную величину контактных напряжений, распределенных по линии зацепления. С его помощью при выборе выгодных коэффициентов смещения легко обособиться от конкретных размеров передачи, ограничиваясь лишь передаточным отношением u и величиной угла зацепления α_w .

Ширина зубчатого венца b связана через коэффициент ψ_{ba} с межосевым расстоянием a_w , которое может быть выражено через передаточное отношение:

$$\begin{cases} b = \psi_{ba} a_w, \\ a_w = \frac{r_{b1}(u+1)}{\cos \alpha_w}; \end{cases} \Rightarrow b = \frac{\psi_{ba} r_{b1}(u+1)}{\cos \alpha_w}$$

Наибольшее значение силы $Q_{нб}^n$ может быть выражено через момент на шестерне:

$$Q_{нб}^n = \frac{T_1}{r_{b1}}$$

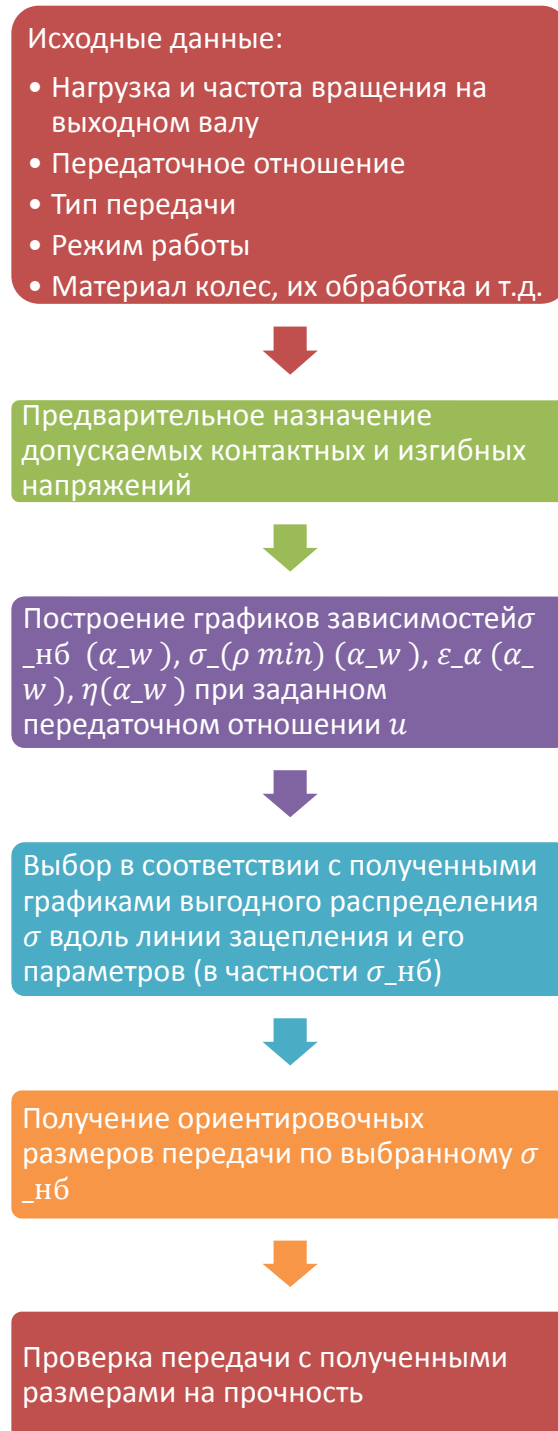


Рис. 3. Предлагаемая методика проектного расчета

Подставляя эти выражения в формулу Герца, получаем:

$$\sigma_H = 13,22 \sqrt{\frac{ET_1 \cos \alpha_w}{\psi_{ba} r_{b1}^3 (u+1)} \sigma_Q \sigma_\rho},$$

откуда:

$$r_{b1} \geq 5,59 \sqrt[3]{\frac{ET_1}{\psi_{ba} (u+1)} \frac{\sigma_{нб}^2 \cos \alpha_w}{[\sigma_H]^2}},$$

$$a_w = \frac{r_{b1}(u+1)}{\cos \cos \alpha_w} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_w \geq 5,59 \sqrt[3]{\frac{ET_1(u+1)^2}{\psi_{ba}} \frac{\sigma_{нб}^2}{[\sigma_H]^2 \cos^2 \cos^2 \alpha_w}},$$

$$r_{b1} = \frac{mz_1}{2} \cos \cos \alpha \Rightarrow m = \frac{2r_{b1}}{z_1 \cos \cos \alpha}.$$

Полученные формулы определяют методику проектного расчета передачи, представленную на рис. 3.

Ее появление привело к написанию автономного приложения GearGen[©], предполагающего интерактивный подбор выгодного распределения σ вдоль линии зацепления нативным перемещением линии активного зацепления.

Проектирование передачи всегда ограничивается условиями подрезания ($x_{1,2} \geq x_{1,2min}$), заострения ($S_{a1,2} \geq S_{a1,2min}$), минимального числа зубьев ($z_{1,2} \geq z_{min}$) и коэффициента перекрытия ($\varepsilon_\alpha \in [1,05; 2)$).

При работе приложения эти ограничения обрабатываются в режиме реального времени, позволяя оценивать реальность создаваемой передачи. Это достигается двумя способами. В первом случае, для передачи с выбранными размерами проверяются параметры $x_{1,2}$, $z_{1,2}$, $S_{a1,2}$, ε_α . Возникающие ошибки отображаются на экране в виде текстовых подсказок. Во втором случае, используется графическое представление допустимых значений радиусов $r_{a1,2}$: их ОДЗ подсвечиваются на «скелете», что упрощает варьирование самих радиусов.

В среде GearGen[©] заложены численный и графический методы работы с проектируемым зацеплением.

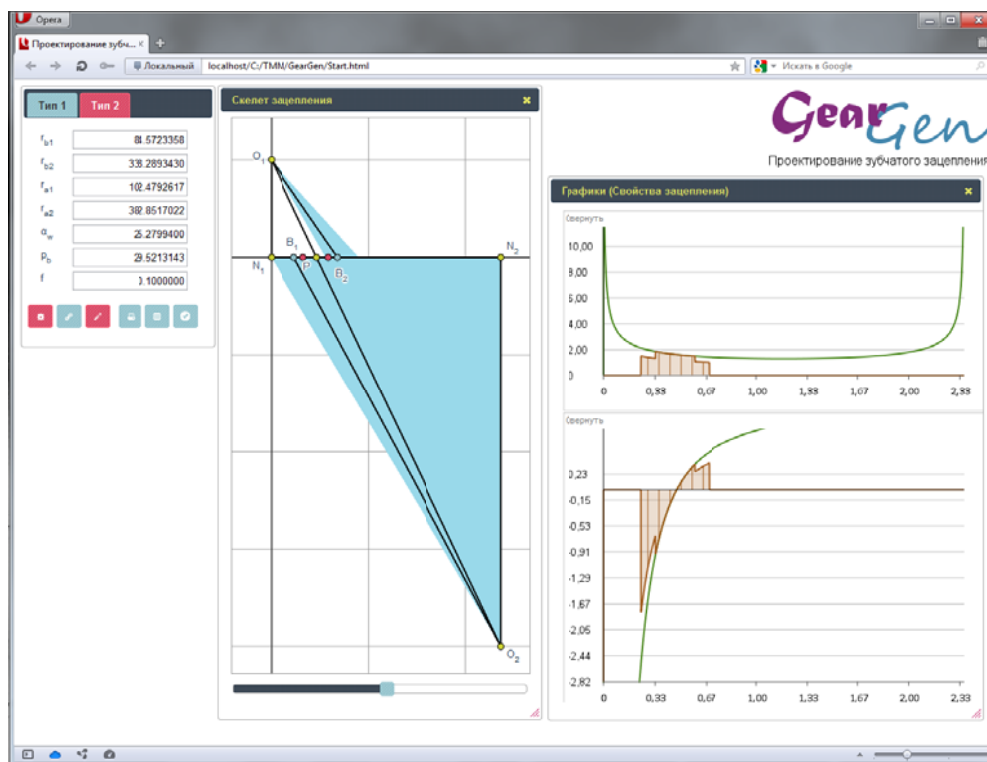


Рис. 4. Интерфейс программы GearGen

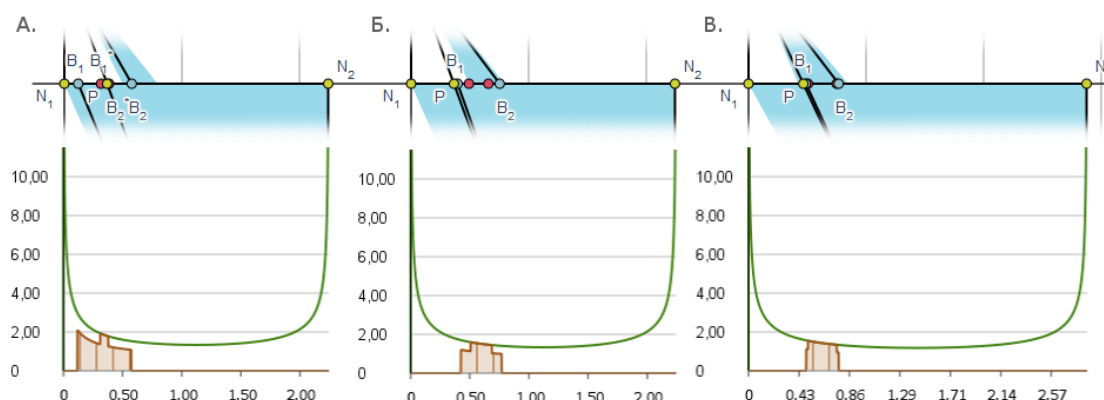


Рис. 5. Варьирование положения линии активного зацепления

Графический интерфейс приложения дает возможность визуально изменять параметры передачи. Эта работа заключается в Drag&Drop-перемещении точек B_1 , B_2 и N_2 , определяющих положение линии активного зацепления B_1B_2 и ширину линии зацепления N_1N_2 . При перемещении точки N_2 в пределах $15 \dots 35^\circ$ изменяется угол α_w , что влечет за собой изменение общего коэффициента смещения x_Σ и пересчет вида

$$x_2 = x_\Sigma - x_1 \rightarrow r_{a2}.$$

Перемещение точек B_1 и B_2 взаимно. Оно влияет на изменение радиусов r_{a1} и r_{a2} , зависящих от коэффициентов смещения x_1 и x_2 соответственно, связанных общим коэффициентом смещения x_Σ , который, в свою очередь, однозначно определяется углом зацепления α_w .

Табл. 1. Числовые результаты варьирования

α_w	20°	20°	25°
x_1/x_2	0/0	1,234/-1,234	1,547/1,517
$\sigma_p \min$	1,335	1,335	1,179
$\sigma_{нб}$	2,110	1,595	1,550
η	0,988	0,973	0,981
ε_α	1,738	1,317	1,063
a_w	179,1 мм	148,7 мм	149,4 м

Для выбранного «скелета» в одних осях отображаются эпюры распределений σ_p и σ , зависящие исключительно от геометрических соотношений в «скелете». Изменения в последнем, вносимые любым способом, непосредственно влияют на содержимое эпюр. Обработка ограничений, описанная ранее, позволяет непосредственно оценить возможности по смещению линии активного зацепления с целью уменьшения (также оцениваемого визуально) аналога контактных напряжений.

На рис. 5 представлен пример варьирования параметров зацепления при фиксированном передаточном отношении $u = 5,167$. Соответствующие каждому из положений параметры приведены в таблице ниже. Минимальное межосевое расстояние a_w найдено для каждого случая по формуле из 3.1 при: $T_1 = 97,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $\psi_{ba} = 0,313$; $[\sigma_H] = 617,3 \text{ МПа}$; $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Вариант А представляет собой пример результата типичного расчета «деталей машин». Как мы видим, задание нулевых коэффициентов смещения дало большие

значения коэффициента перекрытия и верхней границы КПД, однако вместе с тем напряжения в зацеплении достаточно велики (наибольшие значения в точках B_1 и B_1^*). При том же значении угла зацепления α_w при линии зацепления, максимально смещенной к центру линии N_1N_2 , что ограничивается x_{1max} из условия заострения, получаем вариант Б. Аналог контактных напряжений в этом случае уменьшен почти на 25%, что дает возможность при тех же допустимых напряжениях $[\sigma_H]$ получить передачу с a_w меньшим на 24 мм, что, несомненно, является выгодным. Коэффициент перекрытия в передаче меньше, верхняя граница КПД тоже несколько уменьшена, однако уменьшены и размеры передачи.

Случай В отличается увеличенным значением угла α_w . Как указывалось ранее, значения аналога контактных напряжений в этом случае должны уменьшаться. Однако конечное значение размера a_w зависит не только от $\sigma_{нб}$, но также и от величины угла α_w . Этим объясняется то, что при $\sigma_{нб}$, уменьшенном еще на 0,045 по сравнению с вариантом Б, межосевое расстояние a_w увеличилось.

Традиционная методика проектного расчета сравнительно проста. Действительно, задаваясь контактными напряжениями в полюсе зацепления и определенными коэффициентами смещения можно легко перейти к размерам передачи. Однако, как показано на рис. 5, вар. А, аналог контактных напряжений в этом случае принимает достаточно большие значения. Предлагаемый же метод дает возможность работать с зацеплением непосредственно, визуальное уменьшая аналог контактных напряжений, что дает возможность получить меньшие размеры зацепления.

Кроме того, итеративным традиционно является процесс подбора размеров, что при проведении расчета «вручную» может сказаться на скорости его проведения. Предлагаемая методика подразумевает визуальные итерации на стадии подбора расположения линии зацепления, что дает возможность провести вычисления размеров только единожды.

Выводы

1. Предложена методика, отличающаяся от традиционной своей интерактивной визуальной составляющей, которая значительно упрощает понимание самого процесса расчета.
2. На примере было показано значительное уменьшение размеров передачи по сравнению с традиционной методикой при том же значении допускаемых напряжений $[\sigma_H]$.

Литература

1. А.А. Головин, ред. Высшая пара: геометрические аналоги износа. Москва, 2008.
2. Д.Н. Решетов. Детали машин: учебник для студентов машиностроительных механических специальностей вузов. 4-е, перераб. 1989.
3. Т. Болотовская, И. Болотовский, Г. Бочаров и др. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. Машгиз, 1962