УДК 519.213.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА ОШИБКИ 1-ОГО И 2-ОГО РОДА НА ПРИМЕРЕ КОНТРОЛЯ ПАРТИИ КРОНШТЕЙНОВ

Капитолина Игоревна Короткова

Студент 4 курса,
кафедра «Метрология и взаимозаменяемость»
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Научный руководитель: К. Г. Потапов,
ассистент кафедры «Метрология и взаимозаменяемость»

Ключевые слова: закон распределения (distribution laws), ошибки первого рода (errors of the first family), ошибки второго рода (error of the second family).

Аннотация: При проектировании технологических процессов реальный закон распределения контролируемых величин, как правило, не известен. Однако на практике часто принимается модель нормального закона распределения в силу удобства его использования и приемлемого уровня точности предсказания ошибок контроля. Но в некоторых случаях необходимо знать вероятности ошибок первого и второго рода с большей точностью. В данной работе производятся исследования влияния разных законов распределения вероятности контролируемой величины на значение величин ошибок контроля. В качестве моделей распределения плотности вероятностей значения измеряемого параметра рассмотрены: нормальный закон распределения, закон распределения Коши и закон распределения Лапласа.

При проведении метрологической экспертизы сложных технических изделий одним из основных показателей качества контроля параметров, подлежащих проверке, является достоверность их результатов контроля. Она зависит от многих факторов, однако, как правило, задается и проверяется теоретически. В процессе метрологической экспертизы параметры изделий подвергаются контролю средствами измерительной техники, указанными в технической документации. Однако при этом могут возникать ошибки первого и второго рода, влияющие на достоверность контроля. Поскольку в качестве оценки ошибок используется вероятность, то задача приобретает смысл тогда, когда контролируется множество одинаковых параметров.

Так как при планировании производственных процессов модель закона распределения погрешности обработки, следовательно, контролируемой величины не известна, то чаще всего предлагают принимать модель нормального закона. Вообще говоря, следует понимать, что истинный закон распределения (если он, конечно, существует), описывающий погрешности конкретной измерительной системы, остается неизвестным, не смотря на все наши попытки к нему приблизиться. На основании измерений и теоретических соображений мы можем только подобрать вероятностную модель, которая в некотором смысле наилучшим образом отражает этот истинный закон. В практическом распределении диапазон всегда ограничен. Учитывая данные замечания в качестве модели распределения плотности вероятностей погрешности измерения во всех случаях принят усеченный нормальный закон распределения.

Задача определения закона контролируемой величины сводится к оценке двух параметров (среднеквадратического отклонения σx и математического ожидания mx) и величины усечения. Величину усечения целесообразно выразить в значениях σx ,также как и диапазон рассеивания. Однако, в отличие от не усечённого нормального закона вероятность появления погрешности изготовления в диапазоне рассеивания равна 1.

Для изучения влияния законов распределения в качестве моделей распределения плотности вероятностей значения измеряемого параметра рассмотрены:

- Нормальный закон распределения;
- Закон распределения Коши;
- Закон распределения Лапласа.

Ошибки первого и второго рода, для выбранных законов распределения, исследованы в системе Mathcad.

Рассмотрим контроль кронштейна (рис. 1).

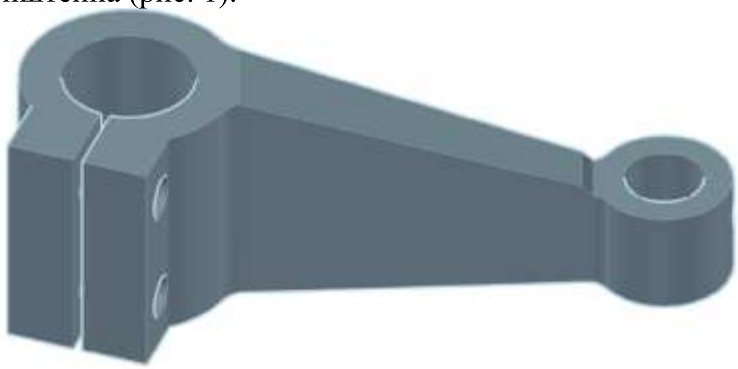

Рис. 1 Объект контроля - кронштейн

В качестве контролируемой величины принимаем - Ø30H7 (рис.2).

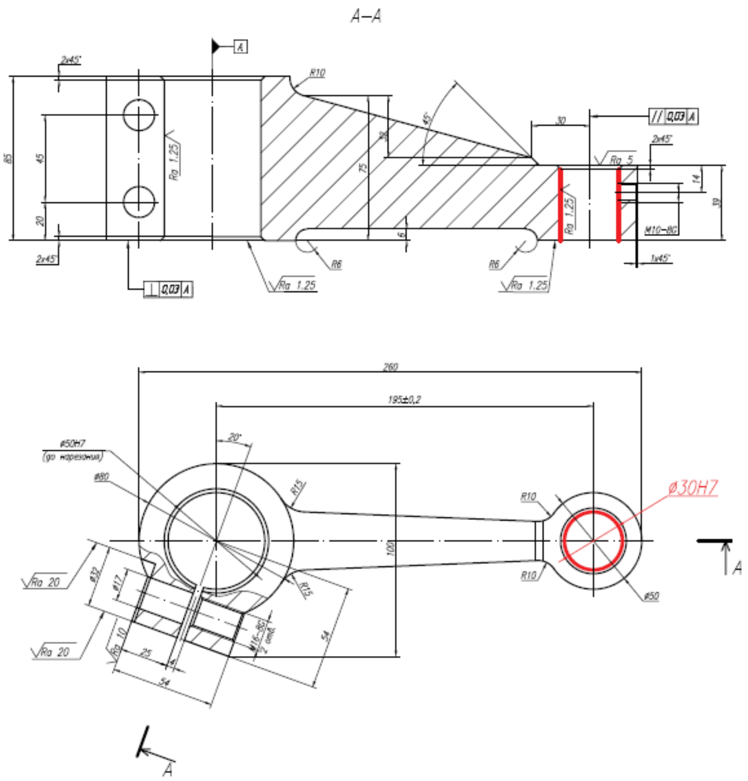

Рис.2 Чертеж контролируемой детали с выделенной контролируемой величиной

Исходные данные для модели распределения плотности вероятности погрешности измерения:

$$\mu = X + \frac{T}{2};\ \sigma = \frac{\delta}{3}\ \text{, где}$$

μ- математическое ожидание;

σ- среднее квадратическое отклонение.

Плотность вероятности нормального закона распределения

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1)$$

После подстановки в (1) заданных параметров получаем

$$\Delta(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Условие нормировки для усеченного нормального закона распределения

$$F = \int_{\mu-\delta}^{\mu+\delta} \Delta(x)dx = 0{,}997$$

$$c = \frac{1}{F} = 1{,}003 \text{, где}$$

с- константа.

Плотность вероятности нормального усеченного закона распределения

$$y(x) = \begin{vmatrix} c \cdot \Delta(x)\ if\ 30 + \frac{T}{2} - \delta \le x \le 30 + \delta + \frac{T}{2} \\ 0\ othersize \end{vmatrix}$$

1) Исходные данные для модели нормального закона распределения плотности вероятности измеряемого параметра:

$X = 30$; $T = 0{,}021$; $\delta = 0{,}006$, где

X-контролируемая величина;

T-допуск на контролируемую величину;

δ −допускаемая погрешность измерения.

После подстановки в (1) заданных параметров получаем

$$f(x) = \frac{1}{\frac{T}{6}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-30)^2}{2\left(\frac{T}{6}\right)^2}}$$

Модель нормального закона распределения плотности вероятности значения измеряемого параметра представлена на рис.3.

Вычисление ошибки 1-ого рода

$$\alpha = \left[\int_{X+\left(\frac{T}{2}-\delta\right)}^{X+\frac{T}{2}} f(x)dx \cdot \int_{X+\frac{T}{2}}^{X+\left(\frac{T}{2}+\delta\right)} y(x)dx\right] \cdot 100 = 4{,}896\ \%$$

Вычисление ошибки 2-ого рода

$$\beta = \left[\int_{X+\frac{T}{2}}^{X+\left(\frac{T}{2}+\delta\right)} f(x)dx\right] \cdot \left[\int_{X+\left(\frac{T}{2}-\delta\right)}^{X+\frac{T}{2}} y(x)dx\right] \cdot 100 = 0{,}067\ \%$$

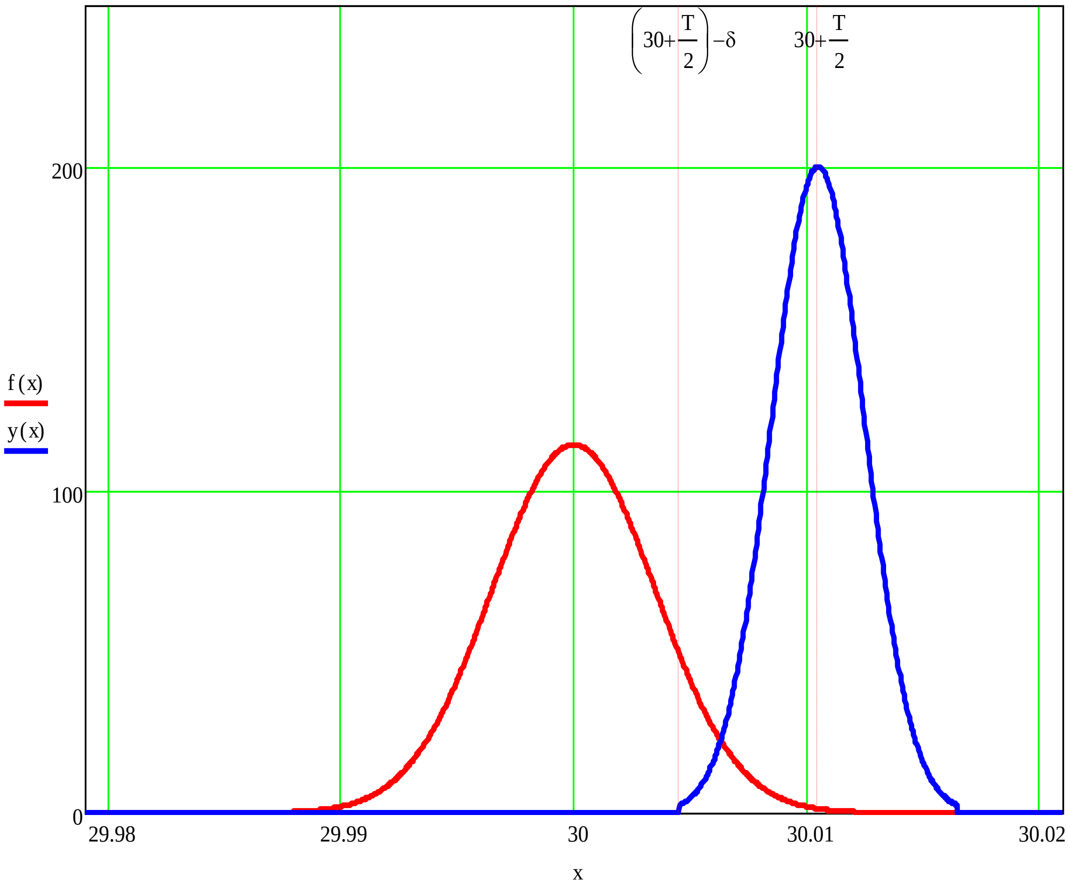

Рис. 3 Модель нормального закона распределения плотности вероятности значения измеряемого параметра

2) Исходные данные для модели распределения плотности вероятности измеряемого параметра по закону Коши:

$l = 30;\ \ T = 0{,}021;\ s = \frac{T}{6}$, где

l-контролируемая величина;

T-допуск на контролируемую величину.

Плотность вероятности закона распределения Коши

$$f(x) = \frac{1}{\pi \cdot s\left[1 + \left(\frac{x - l}{s}\right)^2\right]}$$

Модель распределения плотности вероятности значения измеряемого параметра по закону Коши представлена на рис.4.

Вычисление ошибки 1-ого рода

$$\alpha = \left[\int_{X+\left(\frac{T}{2}-\delta\right)}^{X+\frac{T}{2}} f(x)dx \cdot \int_{X+\frac{T}{2}}^{X+\left(\frac{T}{2}+\delta\right)} y(x)dx\right] \cdot 100 = 5{,}400\ \%$$

Вычисление ошибки 2-ого рода

$$\beta = \left[\int_{X+\frac{T}{2}}^{X+\left(\frac{T}{2}+\delta\right)} f(x)dx\right] \cdot \left[\int_{X+\left(\frac{T}{2}-\delta\right)}^{X+\frac{T}{2}} y(x)dx\right] \cdot 100 = 1{,}794\ \%$$

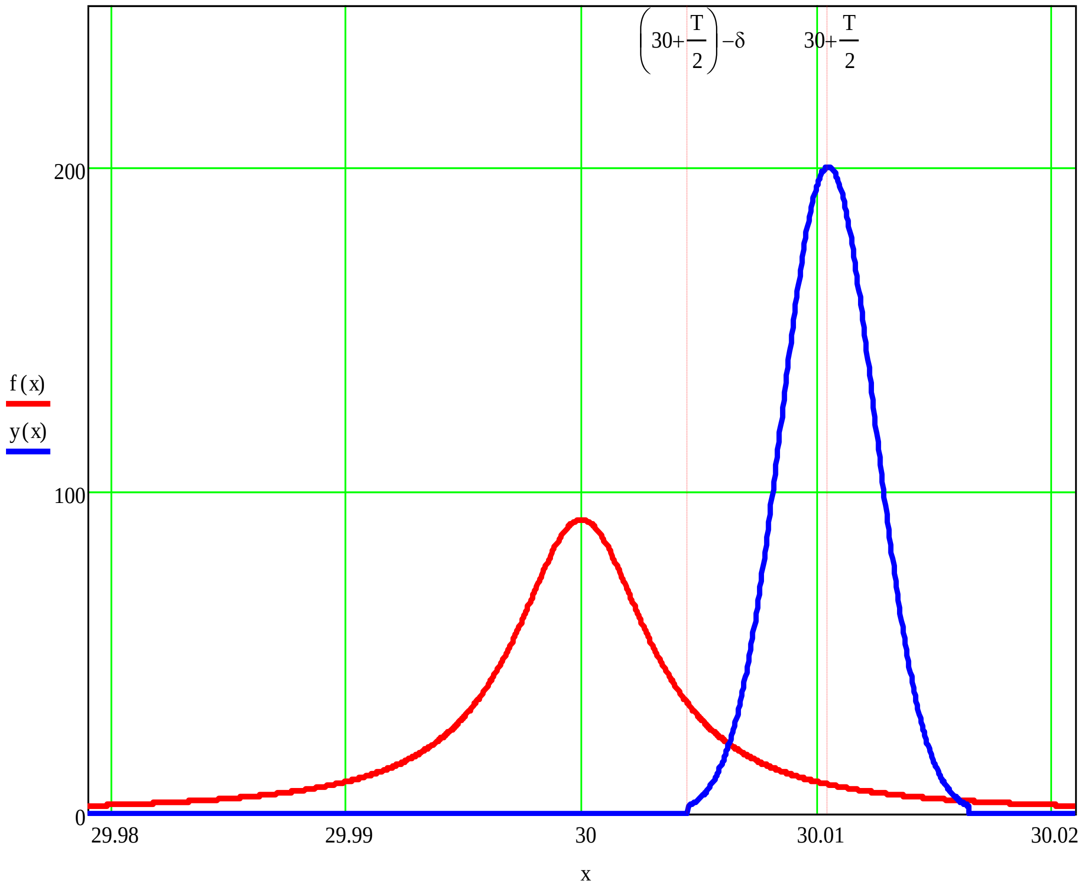

Рисунок 4. Модель распределения плотности вероятности значения измеряемого параметра по закону Коши

3) Исходные данные для модели нормального закона распределения плотности вероятности измеряемого параметра:

$X = 30;\ \ T = 0{,}021;\ \ \delta = 0{,}006,$ где

X-контролируемая величина*;*

T-допуск на контролируемую величину;

δ −допускаемая погрешность измерения.

Плотность вероятности закона распределения Лапласа

$$f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\left(\frac{|x-X|}{\sigma}\right)}$$

Модель распределения плотности вероятности значения измеряемого параметра по закону Лапласа представлена на рис.5.

Вычисление ошибки 1-ого рода

$$\alpha = \left[\int_{X+\left(\frac{T}{2}-\delta\right)}^{X+\frac{T}{2}} f(x)dx \cdot \int_{X+\frac{T}{2}}^{X+\left(\frac{T}{2}+\delta\right)} y(x)dx\right] \cdot 100 = 5{,}667\ \%$$

Вычисление ошибки 2-ого рода

$$\beta = \left[\int_{X+\frac{T}{2}}^{X+\left(\frac{T}{2}+\delta\right)} f(x)dx\right] \cdot \left[\int_{X+\left(\frac{T}{2}-\delta\right)}^{X+\frac{T}{2}} y(x)dx\right] \cdot 100 = 1{,}021\ \%$$

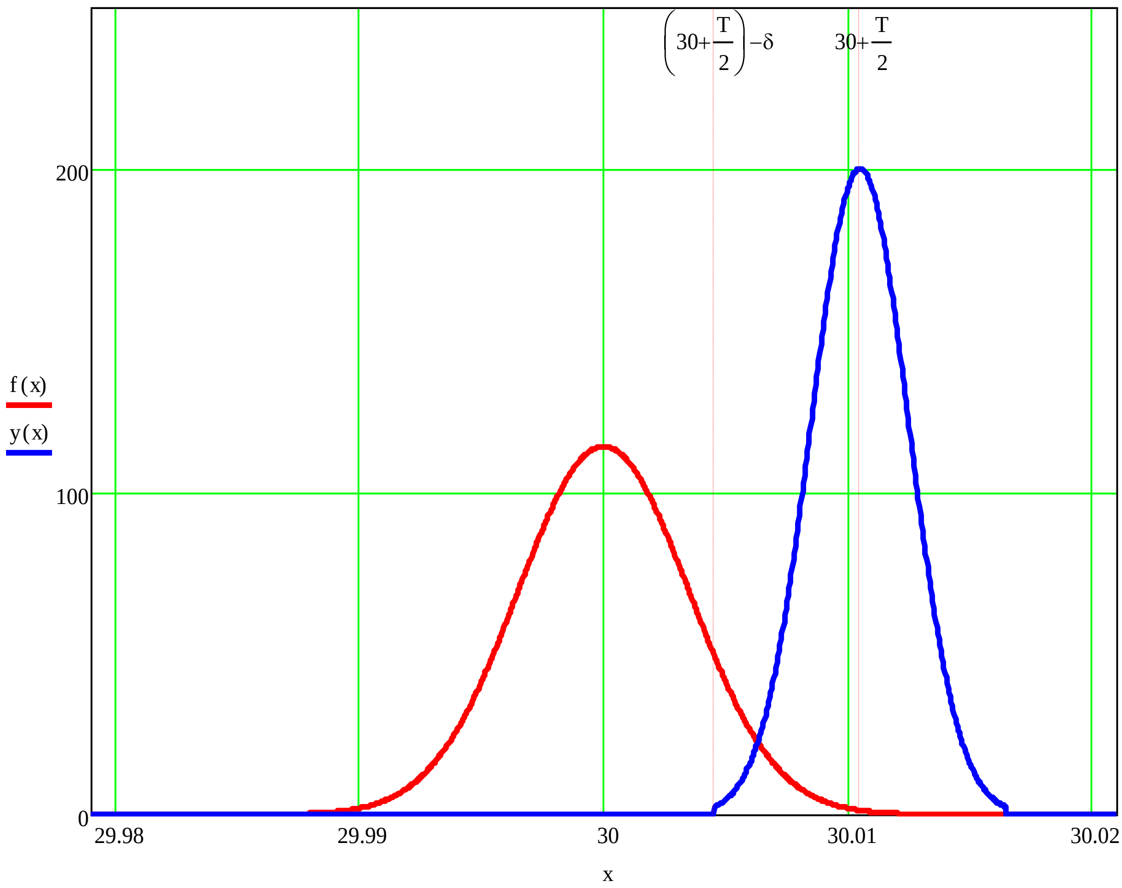

Рисунок 5. Модель распределения плотности вероятности значения измеряемого параметра по закону Лапласа

Значения ошибок 1-ого и 2-ого рода представлены в виде диаграммы на рис.6.

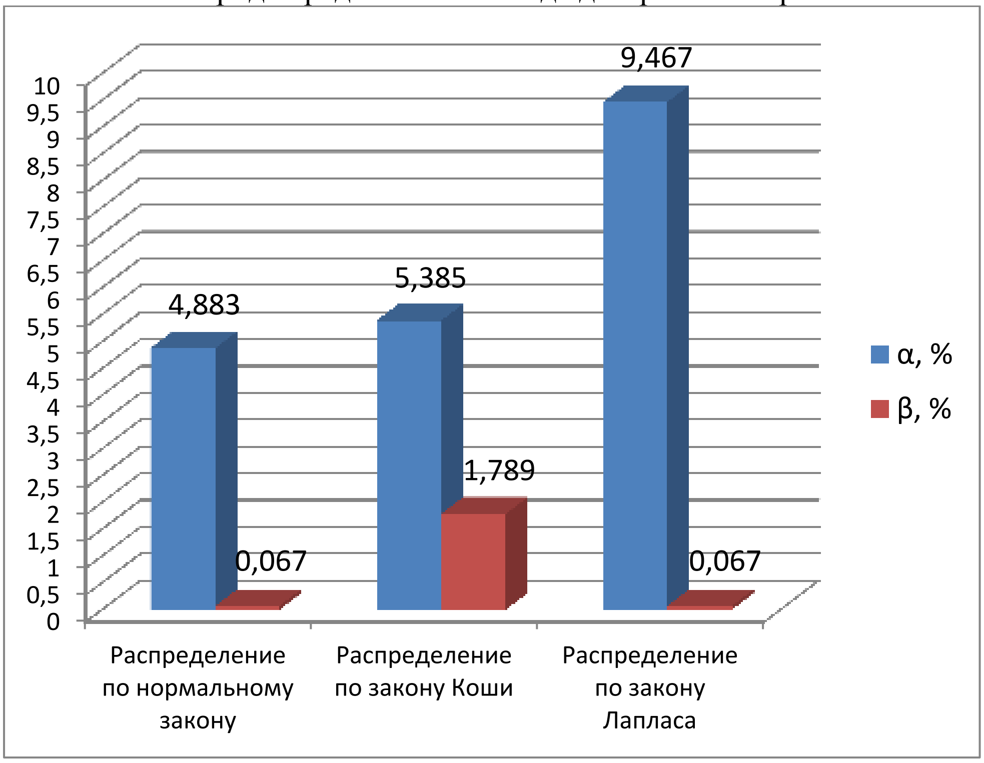

Рисунок 6. Зависимость значений ошибок 1-ого и 2- ого рода от закона распределения

Исходя из полученных результатов видно, что модель закона распределения плотности вероятности измеряемого параметра существенно влияет на величину ошибок 1-ого и 2-ого рода. Рассмотрение различных моделей является неотъемлемой частью при проведении метрологической экспертизы для получения близких к реальным значений ошибок контроля для повышения качества продукции.

Вывод. При решении задач контроля принято опираться на классический подход, то есть в качестве моделей закона распределения использовать нормальный закон. Для получения более реальной оценки ошибок контроля рекомендуется рассматривать более широкое множество законов распределения, так как в этом случае для любого эмпирического распределения мы всегда сможем построить адекватную, статистически существенно более обоснованную математическую модель.

Задача упрощения выбора модели законов распределений при любой форме регистрируемых наблюдений (измерений), включающих современные методы статистического анализа, решается посредством применения современных программных средств ЭВМ, в частности, использования программной среды Mathcad.

Литература

1. *Фролов В.Я., Стадник В.В.* Экспериментальное определение оценки достоверности контроля изделий. // Вестник ХНАДУ. – 2011,– №53. – 119 с.
2. *Лемешко Б.Ю.* О задаче идентификации закона распределения случайной составляющей погрешности измерений. // Метрология. – 2004, – №7. – С. 8-12.
3. *Яшин А.В., Храпов Ф.И.* Выбор критерия согласия для определения закона распределения измеряемой величины. // Измерительная техника. – 2002, – №1. – С. 16-20.
4. *Новицкий П.В., Зограф И.А.* Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – С. 169-180.
5. *Шачнев Ю.А.* Вычисление ошибок 1-ого и 2-ого рода. Методические указания по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – С. 5-6, 18-19.