

УДК

ПАРАБОЛА И ЕЁ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Загуменнов Федор

Студент 1 курса,

кафедра «Технология приборостроения»

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Научный руководитель: Т.И. Маслова,

кафедра «Инженерная графика»

Введение

Парабола является кривой, представляющей собой геометрическое место точек, равноудалённых от фокуса параболы и другой заданной прямой. Эта кривая, а также соответствующий ей в трёхмерном мире эллиптический параболоид, играют важную роль во многих физических процессах, в связи с чем нашли широкое применение и распространение во многих инженерных, технических и др. устройствах, в архитектуре. Парабола изображена на рисунке 1.

Парабола является линией конического сечения, открытие которых приписывают Менехему. Учение о конических сечениях было развито Евклидом, а также Аполлонием Пергским, который рассмотрел в своём труде все конические сечения, а также их свойства, причём труды Аполлония примечательны тем, что они представляют собой синтез аналитической и начертательной геометрии.

Важным свойством параболы является то, что любой предмет в поле тяготения перемещается по параболе при отсутствии сопротивления воздуха или в условиях, когда мы этим фактором можем пренебречь.

Наиболее значимым является т.н. «оптическое свойство» параболы - пучок лучей, параллельных оси параболы, отражаясь в параболе, собирается в её фокусе. Из-за этого параболе нашли самые различные применения в различных оптических устройствах, от ламп и до телескопов. В силу корпускулярно-волновой природы света, оптические свойства параболы были переложены на составные части различных радиопередающих устройств, например, узконаправленные, спутниковые антенны и проч.

В данной работе рассмотрены как рядовые примеры применения параболы, так и примеры применения параболы в новых технологиях. Детально рассмотрена роль параболы в технологиях освещения в компьютерной графике.

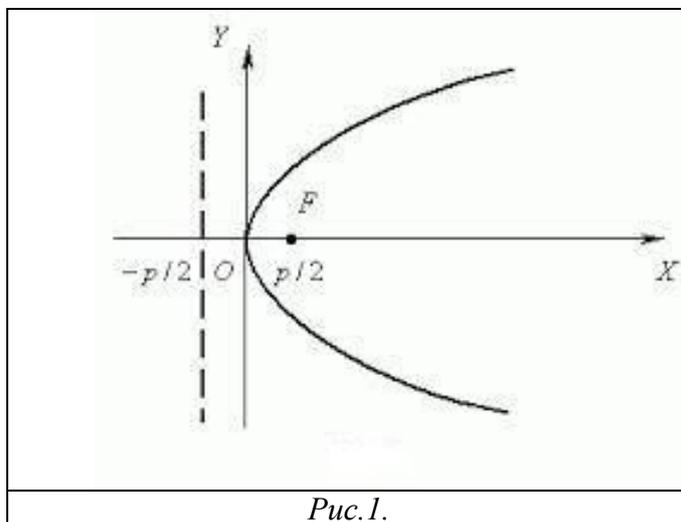


Рис. 1.

Практическое применение параболы

1) Оптические свойства параболы

Сферическое вогнутое зеркало имеет существенный недостаток. Если на всю поверхность зеркала падает пучок параллельных лучей, то лучи, отраженные от краев зеркала, не пересекаются на оптической оси в одной точке. Если же направлять пучок параллельных лучей только на ту часть поверхности, которая расположена вблизи полюса зеркала, то зеркало окажется неполноценным отражателем света, так как только часть его поверхности используется для отражения света. Широкое применение нашли параболические зеркала и рефлекторы, так как параллельный пучок света собирается в фокусе параболы, что даёт возможность использовать это в самых различных целях. Логично предположить, что возможно провести этот опыт наоборот – поместить пучок света в фокус параболы, что позволит рассеивать свет параллельным пучком, что нашло применение в самых различных световых устройствах. Любой практично спроектированный светильник представляет собой приближённую параболу. Во всех подобных устройствах это применяется для «концентрации» света в одной точке, или напротив, превращение точечного источника в параллельный пучок. Прибор для создания параллельного пучка света называется коллиматор, и в своей структуре часто имеет параболические зеркала. Параболические зеркала также широко используются в транспорте, например, в электропоездах. В обратную сторону, то есть, при фокусировке всех лучей в одной точке, возможно использование данного эффекта для подогрева и даже воспламенения объектов. При фокусировке на воде после испарения возможно использование турбины для выработки электроэнергии, что уже успешно применяется, например, на солнечной электростанции, разработанной в Иране, которая при помощи параболических коллекторов вырабатывает примерно 250 кВт, что, тем не менее, является весьма небольшой мощностью.

Также, парабола нашла применение в виде контактных линз.



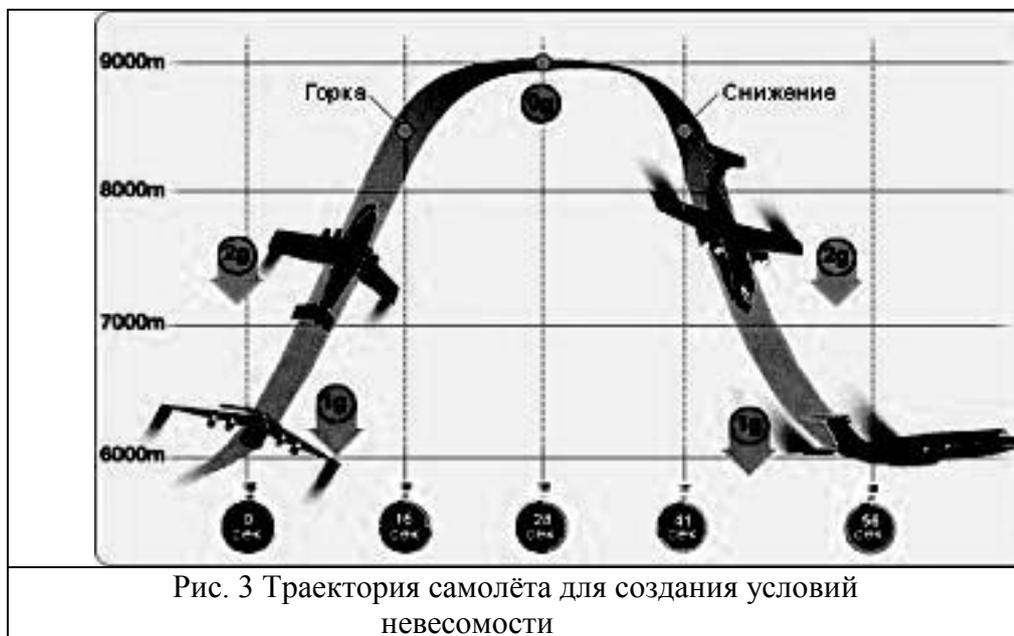
Рис. 2. Параболическое зеркало

2) Парабола как космическая траектория перемещения

Кеплеровская орбита с эксцентриситетом равным 1 представляет собой параболическую траекторию, по которой могут двигаться различные космические

объекты. Часто возникает ситуация, когда нужно предсказать движения различных космических тел, например, с целью выяснения безопасности запуска очередного спутника, или другого космического научного объекта. Поэтому изучение физических и математических свойств параболы необходимо даже для элементарного моделирования.

Ещё одно применение параболической траектории связано с космическим применением – при движении по ней самолётов, внутри моделируются условия невесомости, что способствует подготовке космонавтов.



3) Парабола в медицине

В СССР были разработаны специальные параболические нагреватели, состоящие из лампы и параболического зеркала, которые были предназначены для интенсивного прогрева участка тела. Фотография данного устройства приведена на рис.4.1-4.2.

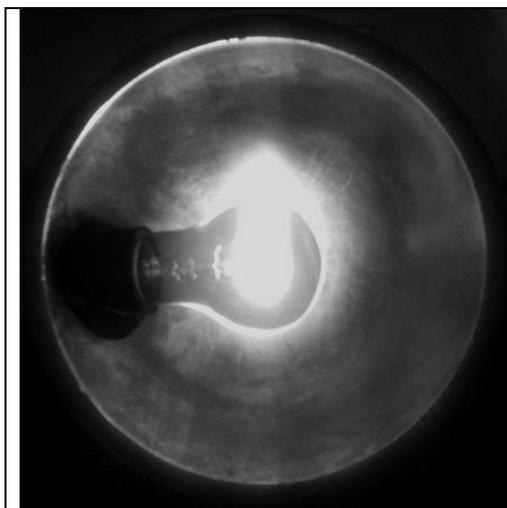


Рис 4.1

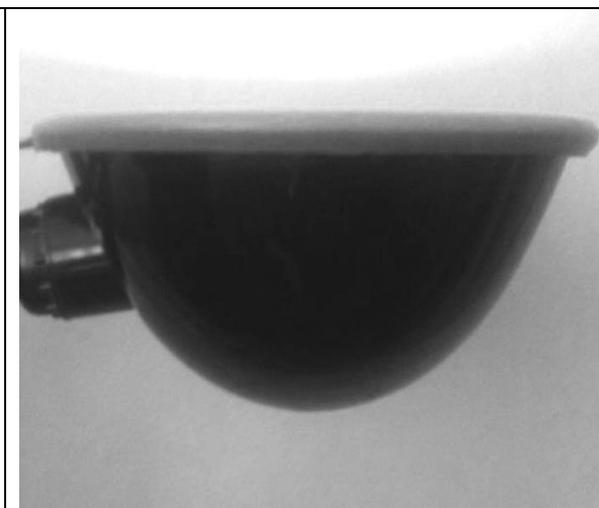


Рис 4.2

4) Парабола как антенна

Так как свойства парабола применимы как для света, так и радиоволн, наибольшее распространение парабола нашла в виде зеркальных антенн («тарелок»).

Спутниковая антенна — зеркальная антенна для приёма (или передачи) сигнала или размещенная на спутнике.

Параболические антенны являются самыми распространёнными спутниковыми антеннами (их обычно и называют спутниковыми). Спутниковые антенны имеют различные типы и размеры. Наиболее часто в мире подобные антенны используются для приёма и передачи программ спутникового телевидения и радио, а также соединения с Интернетом.

Для изготовления спутниковых антенн в основном используют сталь и дюралюминий, причём стальные антенны ниже по стоимости, а дюралюминиевые меньше по массе. Поэтому, из последнего материала обычно делают большие антенны, более 1,2 метра в диаметре. Также, для облегчения конструкции и снижения парусности, зеркало антенны делают из перфорированного листа.

Антенна может быть изготовлена из металлической сетки, натянутой на металлические ребра. Такие антенны используются в качестве раскрывающихся переносных антенн.

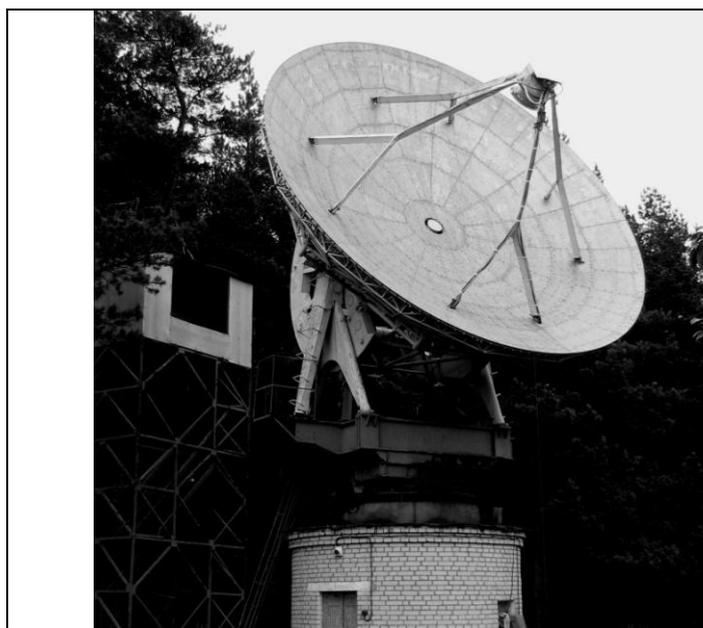


Рис. 5. Радиотелескоп МГТУ им. Н.Э. Баумана.

5) Парабола в массовой культуре

Параболические зеркала используют для зажигания олимпийского факела при эстафете олимпийского огня, в том числе во время олимпиады 2014 года, при зажигании Олимпийского огня в Греции. Из видеозаписи, представленной в новостной ленте, видно, что для зажигания факела в фокусе параболического зеркала требуется всего лишь несколько секунд. Кадр из видео представлен на рисунке 6.1.



Рис.6.1. Параболическое зеркало и олимпийский факел

В известном научно-фантастическом фильме СССР «Гиперболоид инженера Гарина» возникает сомнение в наличии в самой конструкции этого фантастического оружия гиперболоида как поверхности вращения, а в фильме, тем не менее, показана конструкция, использующая в своём составе эллиптический параболоид (рис.6.2). Также, сам «гиперболоид» установлен на вышке, имеющей форму параболы, что видно на рис.6.3.



Рис. 6.2.

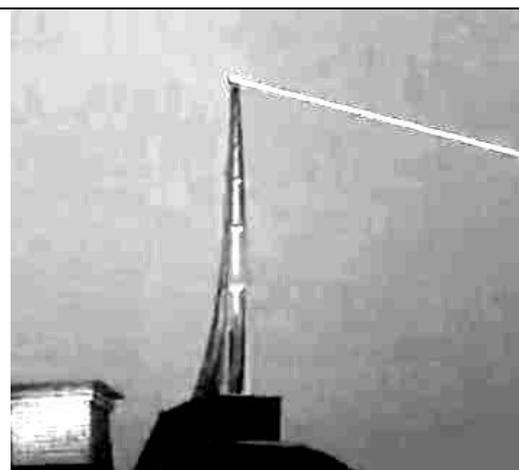


Рис. 6.3.

1) Парабола как сечение в коническом источнике освещения.

Оптические свойства параболы нашли своё применения и в моделировании источников света, например, в трёхмерных компьютерных приложениях, где «прожекторный» (англ. spotlight) источник света использует квадратичное затухание света. Кроме того, сам контур такого типа источника света ограничен двумя конусами, в связи с чем граница сечения пространства, освещаемые источником света, представляют собой конические сечения, в том числе и параболу.

В табл. 1.1-1.2 приведён код реализации подобного типа освещения на языке CG(C for Graphics)

Таблица 1.1 – Графический шейдер освещения. Код аттенюации (затухания).

```

half lightDist = length(lightPos0.xyz - IN.wp.xyz) / lightAtt0.r;
half ily = lightDist * lightDist; // квадратичное затухание
half la = 1.0 - ily;
..
float3 light0C = diffuseContrib * la * spot;
    
```

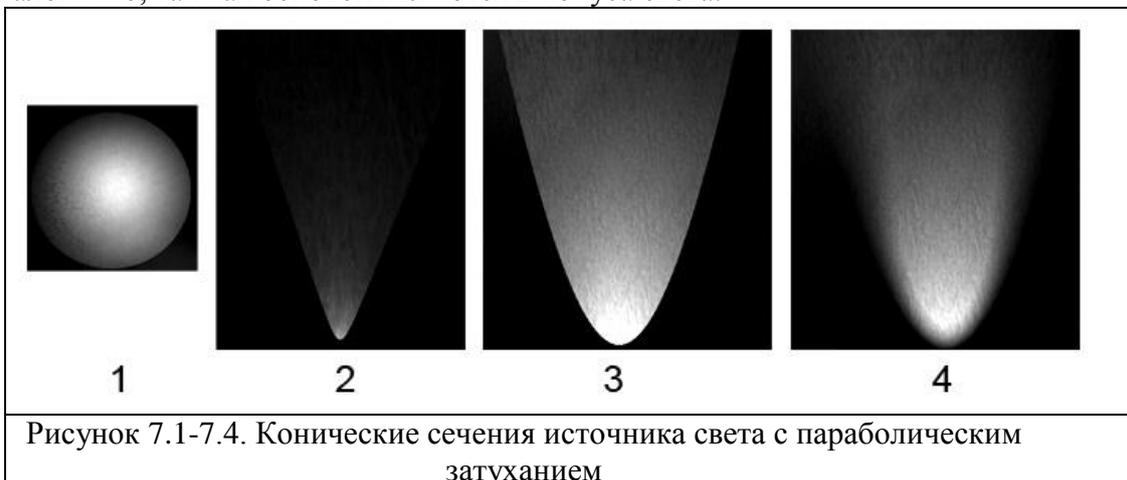
Таблица 1.2 – Графический шейдер освещения. Код конуса освещения

```

float spot = (spotlightParams.x == 1 &&
spotlightParams.y == 0 &&
spotlightParams.z == 0 &&
spotlightParams.w == 1 ? 1 :
saturate(
(dot(ld0, normalize(-IN.sdir)) - spotlightParams.y) /
(spotlightParams.x - spotlightParams.y))); //конус освещения
    
```

В приведённом коде в табл. 1.1 вычисляется расстояние от камеры до источника света, вычисляется квадратичное затухание, и чуть позже коэффициент границы фигуры накладывается на материал объекта в качестве огибающей. Результатом данной операции является материал, освещение на котором представляет собой проекцией параболоида «снизу», то есть, в случае, если посмотреть на параболоид снизу вверх.

В коде на табл. 1.2. вычисляется конус освещения фонарного источника света. Как следствие, мы имеем самые различные сечения конуса при наложении на объект. Код представляет собой формулу нахождения угла между вектором направления источника света и угла конуса через скалярное произведение, и линейную интерполяцию от полностью освещенного до тёмного участка конуса. Результат использования данного источника света представлен на рис.7.1-7.4. На рис. 7.1 изображено эллиптическое сечение, где главным свойством является действие кода из табл.1.1 – квадратичным затухания. Рис. 7.1-7.2 представляют собой 2 конических сечения – пересекающиеся прямые, для достоверности, что мы имеем дело с конусом, и параболу – объект нашего исследования. На рис. 7.4 изображено возможное применение параболы в качестве модели источника света. Для этого конус разделяется на 2 части, и осуществляется переход от одной параболы к другой, с целью плавного, «фонарного» света. Мы можем наблюдать схожий эффект и в реальном мире. Изображения получены при помощи движка Run3, автором которого я являюсь. Моделирование данного источника света в других программах осуществляется аналогично, так как основой являются 2 конуса света.



Заключение

Парабола является эффективным инструментом в руках инженера, с помощью неё возможно решение широкого спектра технических задач в различных устройствах и приборах. Кроме того, парабола, как коническое сечение уже заложена в принцип работы многих технологий, например, как было рассмотрено выше, в конусный фонарный источник света.

Парабола является лишь геометрической кривой, но имеет массу приложений из-за её необычных свойств.

Литература

- 1) Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
- 2) NVidia CG Tutorial. – Электронный ресурс. Режим доступа: http://http.developer.nvidia.com/CgTutorial/cg_tutorial_chapter01.html - Проверено 21.02.2014
- 3) SSAO & Per-Pixel Shading Example. – Электронный ресурс. Режим доступа: <http://ogre3d.org/forums/viewtopic.php?f=11&t=47927> - Проверено 21.02.2014
- 4) Парабола как космическая траектория. – Электронный ресурс. Режим доступа: <http://www.kosmos-inform.ru/pe/parabola.html> - Проверено 21.02.2014
- 5) С.А.Фролов, М.В. Покровская В поиска начала. Рассказы о начертательной геометрии. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012.